Page 1 : sujet

Probabilités - Probabilités totales / Loi binomiale — Eclairages et Freins

Des enquêtes concernant les véhicules circulant en France ont été effectuées. Elles ont montré que :

- 12 % des véhicules ont des freins défectueux ;
- parmi les véhicules ayant des freins défectueux, 20 % ont un éclairage défectueux ;
- parmi les véhicules ayant de bons freins, 8 % ont un éclairage défectueux.

Dans l'espoir d'améliorer la sécurité routière, la gendarmerie effectue, au hasard, des contrôles de véhicules.
On appelle E l'événement : « le véhicule contrôlé a un bon éclairage » et $\overline{E}$ son contraire, F l'événement : « le véhicule contrôlé a de bons freins » et $\overline{F}$ son contraire.
On donnera, pour chaque résultat, l'approximation décimale par défaut à 10^{-4} près.

1. Donner les probabilités de F, de $\overline{E}$ sachant que $\overline{F}$ est réalisé, puis de $\overline{E}$ sachant que F est réalisé.

2. ***a.*** Calculer la probabilité pour qu'un véhicule contrôlé ait des freins défectueux et un éclairage défectueux.

b. Calculer la probabilité pour qu'un véhicule contrôlé ait de bons freins et un éclairage défectueux.

c. En déduire la probabilité pour qu'un véhicule contrôlé ait un éclairage défectueux.

3. Sachant qu'un véhicule contrôlé a un éclairage défectueux, quelle est la probabilité pour qu'il ait des freins défectueux ?

4. ***a.*** Montrer que la probabilité pour qu'un véhicule contrôlé soit en bon état (c'est-à-dire ait de bons freins et un bon éclairage) est 0,8096.

b. Au cours d'un contrôle, les gendarmes ont arrêté 20 véhicules. Quelle est la probabilité pour qu'il y ait, parmi ces véhicules, au moins un véhicule qui ne soit pas en bon état ?

probas

Éléments de correction. Éclairages et Freins

d'après l'énoncé $p(\overline{F}) = 0,12$ $p_{\overline{F}}(\overline{E}) = 0,20$ vous pouvez faire un arbre pondéré

$p_F(\overline{E}) = 0,08$

1° $p(F) = 1 - 0,12 = 0,88$ $p_{\overline{F}}(\overline{E}) = 0,2$ $p_F(\overline{E}) = 0,08$

2° a) $p(\overline{E} \cap \overline{F}) = p_{\overline{F}}(\overline{E}) \times p(\overline{F}) = 0,2 \times 0,12 = \underline{0,024}$.

respectez les arrondis demandés

b) $p(\overline{E} \cap F) = p_F(\overline{E}) \times p(F) = 0,08 \times 0,88 = \underline{0,0704}$.

c) $\overline{E} = (\overline{E} \cap \overline{F}) \cup (\overline{E} \cap F)$: réunion d'événements incompatibles, on peut appliquer la formule des probabilités totales :

justification à donner

$p(\overline{E}) = p(\overline{E} \cap \overline{F}) + p(\overline{E} \cap F)$

$p(\overline{E}) = 0,024 + 0,0704 = \underline{0,0944}$.

3° $p_{\overline{E}}(\overline{F}) = \dfrac{p(\overline{E} \cap \overline{F})}{p(\overline{E})} = \dfrac{0,024}{0,0944} = \dfrac{15}{59} \simeq \underline{0,2542}$

4° a) $p(E \cap F) = (p(E/F) \times p(F)) = p_F(E) \times p(F)$

$= (1 - p_F(\overline{E})) \times p(F)$

$p(E \cap F) = 0,92 \times 0,88 = \underline{0,8096}$ c'est la probabilité qu'un véhicule soit en bon état

b) on contrôle 20 véhicules ...

quelques explica-tions indispen-sables

- Il s'agit d'une répétition de 20 épreuves de Bernoulli, de manière identique et indépendante
- La variable aléatoire X considérée suit la loi binomiale de paramètres :

$\begin{cases} n = 20 \\ p = 1 - p(E \cap F) = 1 - 0,8096 \end{cases}$ ← le succès est "ne pas être en bon état".

on peut appliquer ~~pour~~ k succès : $p(X = k) = \binom{20}{k} (1 - 0,8096)^k \times 0,8096^{20-k}$

- on cherche $p(X \geq 1)$: c.à.d : $p(X=1) + p(X=2) + \ldots + p(X=20)$

or : $p(X \geq 1) = 1 - p(X=0)$

$= 1 - \binom{20}{0} (1 - 0,8096)^0 \times 0,8096^{20} = 1 - 0,8096^{20} \simeq \underline{0,9854}$.