T STI2D **Contrôle de mathématiques n°1** **le 24/09/2012**

Trigonométrie – Nombres complexes

I. En utilisant *les formules d'addition*,

1. prouver cette égalité : $cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}cosx-\frac{\sqrt{3}}{2}\,sinx$
2. transformer les expressions suivantes de la même façon :

   a. $\sin(x-\frac{\pi}{6})$ b. $\sin(x+\frac{\pi}{2})$

II. 1. Sachant que $\frac{5\pi}{12}=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{6}$, à l'aide *de formule d'addition*, calculer une valeur exacte de $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$

2. Calculer la valeur exacte de $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$, avec la méthode de votre choix.

(soit une formule d'addition, soit une déduction du résultat de la question 1, à l'aide de la relation fondamentale de la trigonométrie.)

III. 1. Exprimer, pour tout réel t, $sin^2\left(5t+\frac{\pi}{8}\right)$ en fonction de $\cos\left(10t+\frac{\pi}{4}\right)$

2. Exprimer, pour tout réel t, $cos^2\left(3t+\frac{\pi}{6}\right)$ en fonction de $\cos\left(6t+\frac{\pi}{3}\right)$

IV. Ecrire les nombres complexes suivants *sous forme algébrique* :

$z_1=(1+2i)(5+4i)$, $z_2=(5+4i)^2$, $z_3=(5+2i)(5-2i)$, $z_4=\frac{1+i}{3+4i}$

V. Les affixes des points $A, B\ et\ C$ sont données sous forme trigonométrique :

$z_A=3(cos\frac{\pi}{6}+\ i\ sin\frac{\pi}{6})$, $z_B=cos\frac{2\pi}{3}+\ i\ sin\frac{2\pi}{3}$, $z_C=\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)+\ i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

1. Ecrire ces affixes ***sous forme algébrique***
2. Y a-t-il un ou plusieurs de ces points sur le cercle trigonométrique, lesquels ? Pourquoi ?

VI. 1. Le nombre complexe z a pour module $r=2$, pour argument $\theta=\frac{7\pi}{8}$,

quelle est la forme trigonométrique de z ?

2. Même question pour le nombre z de module $r=1$, pour argument $\theta=\frac{\pi}{2}$;

   Donner aussi la forme algébrique de ce complexe .

3. Ecrire les nombres complexes suivants ***sous forme trigonométrique*** :

Pour cela, déterminer le module, puis un argument (en radians) , tout cela en valeurs exactes.

$z_1=\ 1-i\sqrt{3}$ $z_2=\ \frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ $z_3=2-2i$