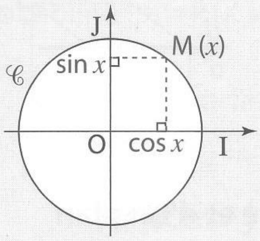
Trigonométrie

Cosinus, sinus d'un nombre réel

- (O ; I, J) est un repère orthonormé et $\mathscr{C}$ est le cercle trigonométrique de centre O. M est le point de $\mathscr{C}$ image du nombre réel x.

cos x est l'abscisse de M, sin x est l'ordonnée de M.



x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

- Pour tout nombre réel x : $-1 \leqslant \cos x \leqslant 1$; $-1 \leqslant \sin x \leqslant 1$; $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$.

$\cos(-x) = \cos x$; $\sin(-x) = -\sin x$

$\cos(\pi - x) = -\cos x$ $\quad$ $\cos(\pi + x) = -\cos x$ $\quad$ $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$ $\quad$ $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x$

$\sin(\pi - x) = \sin x$ $\quad$ $\sin(\pi + x) = -\sin x$ $\quad$ $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$ $\quad$ $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$

Pour tout nombre réel x et pour tout k de $\mathbb{Z}$, $\cos x = \cos(x + k2\pi)$ et $\sin x = \sin(x + k2\pi)$.

- Parmi toutes les mesures d'un angle orienté, la **mesure principale** est la seule qui se trouve dans l'intervalle $]-\pi ; \pi]$.

Formules d'addition et de duplication

Pour tous nombres réels a et b :

- $\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$ $\qquad$ $\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$
- $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$ $\qquad$ $\sin(a - b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$
- $\cos(2a) = \cos^2 a - \sin^2 a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a$ $\qquad$ $\sin(2a) = 2 \sin a \cos a$

Équations

a désigne un nombre réel.

- $\cos x = \cos a$ si, et seulement si, $x = a + k2\pi$ ou $x = -a + k2\pi$ (avec $k \in \mathbb{Z}$).
- $\sin x = \sin a$ si, et seulement si, $x = a + k2\pi$ ou $x = \pi - a + k2\pi$ (avec $k \in \mathbb{Z}$).