I. Polynômes du second degré et équations

1°/ Définitions

Toute expression de la forme $ax^2 + bx + c$, avec a, b, c réels et $a \neq 0$, est appelée ***polynôme du second degré.***
Une ***équation du second degré*** est une équation qui peut s'écrire sous la forme $ax^2 + bx + c = 0$,
avec a, b, c réels et $a \neq 0$.
Une ***solution de cette équation*** s'appellera : ***racine*** (ou ***zéro)*** du polynôme $ax^2 + bx + c$.

Exemples :

Ex1 : $3x^2 + 2x - 5$ est un polynôme du second degré, 1 est une racine de ce polynôme

Ex2 : $x^2 - 100$ est un polynôme du second degré, 10 et -10 sont les racines de ce polynôme
L'équation $x^2 - 100 = 0$ est une équation du second degré .

2°/ Forme canonique

Définition :

La ***forme canonique*** du polynôme $ax^2 + bx + c$ est une écriture de ce polynôme dans laquelle la variable x n'apparaît qu'une fois .

Exemples :

Ex1 : $P(x) = (x+1)^2 + 2$ est la forme canonique de $P(x) = x^2 + 2x + 3$

Ex2 : $P(x) = (x-3)^2 - 4$ est la forme canonique de $P(x) = x^2 - 6x + 5$

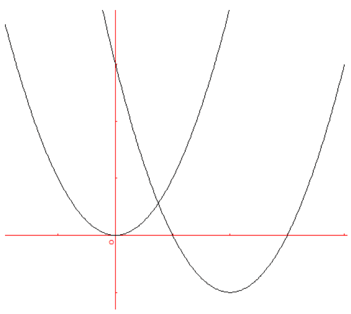
Point-méthode : ***Comment trouver la forme canonique d'un polynôme ? voir exercices***

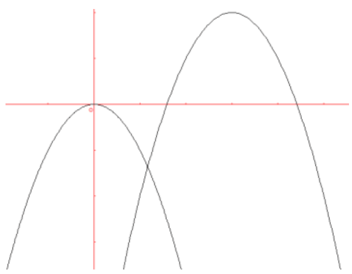
	$P(x) = x^2 - 6x + 7$
1. considérer les deux termes en x comme le début du développement du carré d'une différence, en remarquant que $6x$ est le « double-produit ».	*Remarque* : $(x - \quad)^2 = x^2 - 6x + \_\_$
2. remplacer $x^2 - 6x$ par ce carré, et enlever le carré du deuxième terme.	$P(x) = (x - \_\_)^2 - \_\_ + 7$
3. réduire l'expression	$P(x) = (x - \quad)^2 - \_\_\_$

3°/ Représentations graphiques

Dans un repère donné, soit C la courbe du trinôme défini par $f(x) = ax^2 + bx + c$ ***ou*** $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$, ***avec*** $a \neq 0$
Cette courbe est une *parabole*, dont le sommet a pour abscisse $\alpha = -\frac{b}{2a}$ **et pour ordonnée** $\beta = f(\alpha)$

Exemples





II. La résolution des équations du second degré.

Voir aussi votre livre : page 16

Théorème :

Soit l'équation ***ax² + bx + c = 0*** , avec a, b, c réels et $a \neq 0$.
On appelle ***discriminant*** de cette équation le nombre réel , noté Δ, tel que Δ **= b² - 4ac**

Si $\Delta > 0$, l'équation a **deux solutions** réelles distinctes : $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

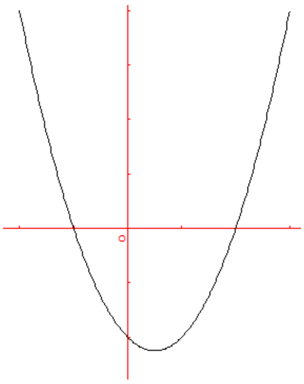
Si $\Delta = 0$, l'équation a **une solution** réelle double : $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

Si $\Delta < 0$, l'équation **n'a pas de solution** dans $\mathbb{R}$

III. Illustrations graphiques

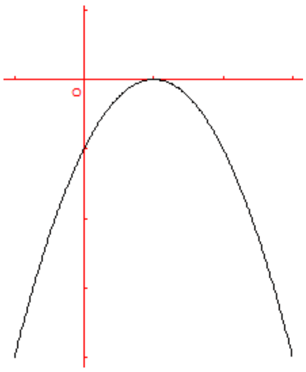
$\Delta > 0$, deux solutions

La parabole ***coupe l'axe des abscisses en deux points*** dont les abscisses sont les solutions



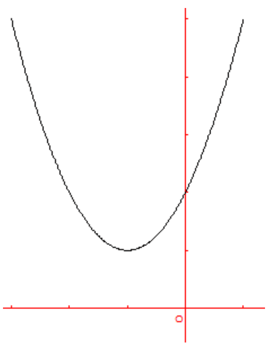
$\Delta = \mathbf{0}$, une solution

La parabole « ***coupe » l'axe des abscisses en un point*** dont l'abscisse est la solution



$\Delta < 0$, pas de solution

La parabole *ne* ***coupe pas l'axe des abscisses***



Exemples : résoudre les équations :

(1) : $3x^2 - 9x + 6 = 0$ (2): $x^2 + x + 1 = 0$ (3) : $\frac{1}{3}x^2 - 2x + 3 = 0$

Cas de l'équation (1) : $a =$ $b =$ $c =$

$\Delta =$

Cas de l'équation (2) : $a =$ $b =$ $c =$

$\Delta =$

Cas de l'équation (3) : $a =$ $b =$ $c =$

$\Delta =$

IV. Signe du trinôme du second degré .

Voir aussi votre livre : pages 14, 15 et 16

Si $\Delta > 0$, le trinôme est du signe de a « à l'extérieur » des racines, du signe de $-a$ entre les racines

Supposons $x_1 < x_2$

x	***- ∞***		***x_1***		***x_2***		***+ ∞***
Signe de ax^2+bx+c		***Signe de a***	***0***	***Signe de -a***	***0***	***Signe de a***	

Si $\Delta = 0$, le trinôme est ***du signe de a pour tout réel x, distinct de $-\frac{b}{2a}$.***

Si $\Delta < 0$, , le trinôme est ***du signe de a pour tout réel x.***

EX1 $-2x^2 - 5x + 3$ a pour racines : -3 et $\frac{1}{2}$, $a =$

x	- ∞	***-3***	$\frac{1}{2}$	+ ∞
Signe de $-2x^2 -5x+3$				

EX2 $3x^2 - 18x + 27$ a pour racine double : 3 , $3x^2 - 18x + 27$ est toujours ______________________ .